

教科書 1 章に関する練習問題

1. 教科書 p. 35 の 7, 8, 9

2. 元の回帰式 $Y = \alpha + \beta X$ の α, β の最小二乗推定量を $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$. 新たに被説明変数を $Y - 5X + 1$, 説明変数を $2X + 1$ (と 1) とした回帰式 $(Y - 5X + 1) = \alpha' + \beta'(2X + 1)$ の α', β' の最小二乗推定量を求めよ.

3. 元の回帰式 $Y = \alpha + \beta X$ の α, β の最小二乗推定量を $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$. 新たに被説明変数を $2Y$, 説明変数を $2X + 1$ (と 1) とした回帰式 $2Y = \alpha'' + \beta''(2X + 1)$ の最小二乗法による残差は元の回帰の最小二乗法による回帰残差とどのような関係にあるか? まず, $Y = \alpha + \beta X + \text{誤差 (残差)}$ の式を変換して予測し, 実際にそうなっていることを, 最小二乗推定量の式から導出せよ.

4. $Y = \beta X + \text{誤差}$ を最小二乗法で推定するとき, β の最小二乗推定量 $\hat{\beta}$ を $\sum_{i=1}^n x_i y_i$ と $\sum_{i=1}^n x_i^2$ で表すために, $\sum_{i=1}^n (y_i - \beta x_i)^2$ の β に関する最小値をもとめ, 最小値のときの β をもとめよ.

5. 教科書 p.8,9 を参考にして, $Y = \gamma + \text{誤差}$ を最小二乗法で推定したときの γ の最小二乗推定量を求めよ. それと, スライドの最終ページの結果をもとに, $Y = \alpha + \beta X$ の α の最小二乗推定量が $\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta} \bar{x}$ で与えられることを導け.

6. $Y - \frac{\sum_{i=1}^n y_i x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} X = \gamma \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} X \right) + \delta X$ の回帰を最小二乗法で推定すると, γ, δ の最

小二乗推定量の値を回帰式 $Y = \alpha + \beta X$ における α, β の最小推定量 $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ で表せ.(回帰式の変換を使う) また, このときの残差はもとの回帰式 $Y = \alpha + \beta X$ における残差とどのような関係にあるか?