

統計解析論 2004 年度新作問題集 (訂正版)

1. 最小二乗法による残差の和が 0 になるのが保証されているのは次の回帰式の内どれ .

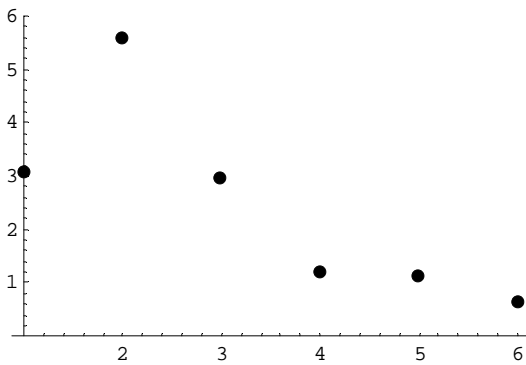
$$Y = \beta X + \varepsilon$$

$$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$$

$$Y = \alpha X + \beta Z + \gamma W + \varepsilon$$

ただし, X, Z, W は定数ではない. また, ε は誤差項を表す.

2. X と Y は下図のような散布図を示し, 決定係数は 0.64 であった. 相関係数は?



3. 回帰式 $Y = \alpha + \beta X + \gamma Z + \varepsilon$ で, 帰無仮説: $\alpha + \beta + \gamma = 1$, 対立仮説: $\alpha + \beta + \gamma \neq 1$ を検定したい. そのために, 回帰式の変形を行う. 変形した回帰式を示し, どの係数について t 値を見ればよいのかを示せ.

4. 説明変数は単位 10 億円で計測し, 被説明変数は単位 100 億円で計測し, 回帰を行った. その結果, 説明変数の係数の推定値は, 1.4, t 値は 1.9 であった. もし, 説明変数と被説明変数の単位を 10 億円でそろえたとしたら, 係数の推定値はいくつか? t 値はどうなるか? また, 単位を 100 億円でそろえたらどうなるか?

5. 回帰式 $Y = \beta X + \varepsilon$ を最小二乗法で推定したとき, 最小二乗推定量 $\hat{\beta}$, TSS , ESS ,

$$RSS, R^2 \text{ を計算せよ. ただし, } \bar{x} = 1, \bar{y} = 1, \sum_{i=1}^n y_i^2 = 30, \sum_{i=1}^n y_i x_i = 10, \sum_{i=1}^n x_i^2 = 10,$$

$n = 5$ である.

6. 回帰式 $Y = \alpha + \beta X + \gamma Z + \delta W + \varepsilon$ において β に関する t 値が 1.0 であった, このとき, この Y と X の Z, W の影響を取り除いた偏相関係数 $r_{X,Y|Z,W}$ を求めよ. $n=19$ とす

る。

7. 被説明変数 Y に対して考え得る説明変数としては, X, Z, V, W の 4 つと定数が考えられる。説明変数を定数, X, Z, V, W の順に入れていくとして, 以下のような RSS が得られた。自由度修正付き決定係数によってモデル選択をして, 回帰式に含めるべき説明変数を決めよ。

$n = 10, TSS = 50$

説明変数	RSS
定数	40
定数, X	30
定数, X, Z	25
定数, X, Z, V	20
定数, X, Z, V, W	18

8. 被説明変数 Y に対して考え得る説明変数としては, X, Z, V, W の 4 つと定数が考えられる。説明変数を定数, X, Z, V, W の順に入れていくとして, 新たに追加した説明変数に対する t 値はそれぞれ, $-2.5, 1.4, 0.9, -0.8$ であった, この場合, 自由度修正付き決定係数によってモデル選択をして, 回帰式に含めるべき説明変数を決めよ。

9. 以下のような回帰を行ったら t 値が異常小さくなってしまった。原因を述べよ。

$$Y = \alpha + \beta_1 D_1 + \beta_2 D_2 + \gamma X + \varepsilon . \text{ただし,}$$

$$D_1 = \begin{cases} 1 & \text{その月が 1 ~ 6 月の場合} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}$$

$$D_2 = \begin{cases} 1 & \text{その月が 7 ~ 12 月の場合} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}$$

とする。