

経済統計概論試験問題（第2部用） <90分>

持ち込み：電卓のみ（携帯電話，PHS，パソコン，電子辞書，PDAなど，通信機能を持つもの，あるいは，それと一見によっては区別がつけがたいものを電卓の代わりに持ち込み，使用することは認めない）

注意：解答用紙には答えのみを記入すること。

1.

(1) 標本数が64，標本平均が8，分散の推定値は100であった。なお，分散の推定値は， $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ で求めた。このとき，母集団平均の95%信頼区間を求めよ（小数点以下第1位まで求めよ）。（15点）

(解説)

$\bar{X} - 1.96 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 1.96 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$ が 95% 信頼区間であるから，

$$8 - 1.96 \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{64}} = 8 - 1.96 \times \frac{10}{8} = 5.55 \cong 5.6$$

$$8 + 1.96 \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{64}} = 8 + 1.96 \times \frac{10}{8} = 10.45 \cong 10.5$$

(答え)

5.6から10.5（小数点第1位の誤差は±0.1は正答とする）

(2) 母集団の分散が100であった。このとき，母集団平均の95%信頼区間の幅が0.5以下になるためには，標本数はいくつ以上とる必要があるか。（5点）

(解説)

標本数をnとしたときの95%信頼区間の幅は $2 \times 1.96 \times \frac{10}{\sqrt{n}}$ 。これが0.5以下であるから，

$$2 \times 1.96 \times \frac{10}{\sqrt{n}} \leq 0.5 \text{ となる最小の } n \text{ を求める。} \frac{2 \times 1.96 \times 10}{0.5} \leq \sqrt{n} \text{ であるから，}$$

$$n \geq 40^2 \times 1.96^2 = 6146.56. \text{ よって，} 6147.$$

(答え)

6147（第10位の誤差±1は正答と見なす）

2.

(1) 世論調査の結果，現大統領の支持率は60%であった。この調査は，単純無作為抽出法によって行われ，回答数は1600であった。大統領の支持率の90%信頼区間を%表示で求めよ。（小数点以下第1位まで求めよ）（15点）

(解説)

n を標本数, m を調査時に支持すると回答した数とすると, 90%信頼区間は

$$\frac{m}{n} - 1.64 \times \frac{\sqrt{\frac{m}{n} \left(1 - \frac{m}{n}\right)}}{\sqrt{n}} \text{ から } \frac{m}{n} + 1.64 \times \frac{\sqrt{\frac{m}{n} \left(1 - \frac{m}{n}\right)}}{\sqrt{n}} \text{ であるから, } n = 1600, m/n = 0.6$$

を代入して, 0.580 から 0.620 を得る.

(答え)

58.0% から 62.0% ($\pm 0.1\%$ ポイントを正答と見なす)

(2) 単純無作為抽出法による世論調査で, 大統領支持率の90%信頼区間の幅を10%ポイント(つまり $\pm 5\%$ ポイント)以下にしたい. 回答数はいくら以上でなければならないか. (5点)

(解説)

90%信頼区間の幅は $2 \times 1.64 \times \frac{\sqrt{\frac{m}{n} \left(1 - \frac{m}{n}\right)}}{\sqrt{n}}$ である. この最大値は, $\frac{m}{n} = 0.5$ のときに達成される. 従って, 90%信頼区間の幅の最大値は $2 \times 1.64 \times \frac{0.5}{\sqrt{n}} = \frac{1.64}{\sqrt{n}}$. これが, 0.1

以下であるから, $\frac{1.64}{\sqrt{n}} \leq 0.1$ であり, $n \geq \left(\frac{1.64}{0.1}\right)^2 = 268.96$.

(答え)

269以上. (273までOK)

$m/n = 0.6$ について計算して259 (262) の場合は4点.

3. 世論調査の結果, 現大統領の支持率は60%であった. この調査は, 単純無作為抽出法によって行われ, 回答数は1600であった. 大統領支持率が50%を超えたかどうかを仮説検定する. 有意水準は1%とする. 以下の問いに答えよ. (各4点)

ア. 全体の支持率(比率表示)を p としたとき, 帰無仮説を述べよ.

(答え)

$p = 0.5$

イ. 全体の支持率(比率表示)を p としたとき, 対立仮説を述べよ.

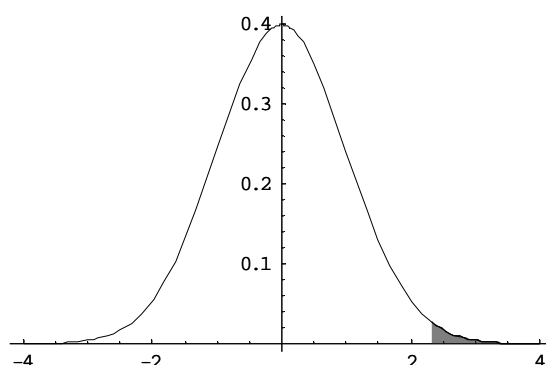
(答え)

$p > 0.5$

ウ. 検定統計量の分子が(支持率<比率表示>の調査結果-...)となるように, 検定統計量 T を定めたとき, 棄却域と境界値を T と実際の数字の不等号, 等号で示せ.

(解説)

片側検定なので、下図の様に灰色の面積＝統計量値が横軸の上が灰色の部分に入る確率を1%ととる.



(答え)

$$T > 2.33$$

エ. 検定統計量の分子が(支持率<比率表示>の調査結果-....)となるように, 検定統計量 T を定めたときの検定統計量値を計算せよ.

(解説)

$$T = \frac{\sqrt{n}(m/n - 0.5)}{\sqrt{m/n(1 - m/n)}} = \frac{\sqrt{1600}(0.6 - 0.5)}{\sqrt{0.6 \times 0.4}} = 8.16$$

(答え)

8. 16 (±0.1は正答)

オ. 帰無仮説は棄却されるか答えよ.

(答え)

棄却する

4. 標本数が100, 標本平均が50, 分散の推定値は100であった. なお, 分散の推定値は, $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ で求めた. 母集団平均が45であるかどうかについて, 仮説

検定を行う. 有意水準は5%とする. 以下の問いに答えよ. (各4点)

ア. 母集団平均を μ としたとき, 帰無仮説を述べよ.

(答え)

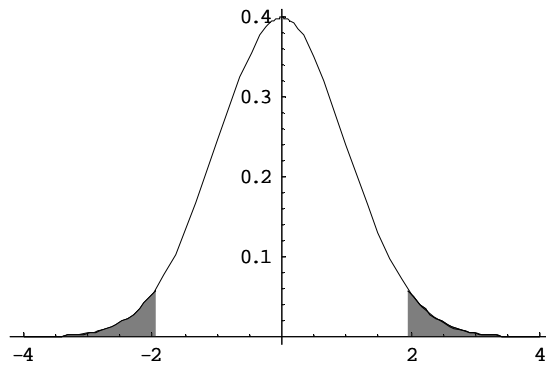
$$\mu = 45$$

イ. 集団平均を μ としたとき, 対立仮説を述べよ.

(答え)

$$\mu \neq 45$$

ウ. 検定統計量の分子が(標本平均-....)となるように, 検定統計量 T を定めたとき, 棄却域と境界値を T と実際の数字の不等号, 等号で示せ.



(答え)

$T < -1.96$ または $T > 1.96$

エ. 検定統計量の分子が (標本平均 - ...) となるように, 検定統計量 T を定めたときの検定統計量値を計算せよ.

(答え)

$$\frac{\sqrt{n}(\bar{X} - 45)}{\hat{\sigma}} = \frac{\sqrt{100}(50 - 45)}{\sqrt{100}} = 5$$

オ. 帰無仮説は棄却されるか答えよ.

(答え)

棄却される

5. 以下の問いに答えよ.

(1) 下の表はある病院を訪れた 100 人の患者の収縮期血圧(mmHg)の値である. 以下の問いに答えよ. (各 2 点)

階級	階級値	度数
100~110	1 0 5	3
110~120	1 1 5	9
120~130	1 2 5	10
130~140	1 3 5	12
140~150	1 4 5	13
150~160	1 5 5	29
160~170	1 6 5	10
170~180	1 7 5	7
180~190	1 8 5	6
190~200	1 9 5	1
計		100

ア. 階級値を埋めよ.

(答え)

表参照

イ. 収縮期血圧の平均を求めよ.

(答え)

$$\frac{3 \times 105 + 9 \times 115 + 10 \times 125 + 12 \times 135 + 13 \times 145 + 29 \times 155 + 10 \times 165 + 7 \times 175 + 6 \times 185 + 1 \times 195}{100}$$
$$= \frac{14780}{100} = 147.8$$

ウ. 標本平均を求めよ.

(答え)

イに同じ

エ. 標本分散を求めよ. (不偏分散を求める)

(答え)

$$\frac{3 \times (105 - 147.8)^2 + 9 \times (115 - 147.8)^2 + 10 \times (125 - 147.8)^2 + 12 \times (135 - 147.8)^2 + 13 \times (145 - 147.8)^2 + 29 \times (155 - 147.8)^2 + 10 \times (165 - 147.8)^2 + 7 \times (175 - 147.8)^2 + 6 \times (185 - 147.8)^2 + 1 \times (195 - 147.8)^2}{100 - 1}$$
$$= \frac{42616}{99} = 430.465$$

オ. 変動係数を標本分散から求めよ

(答え)

$$\text{標準偏差は } \sqrt{430.465} = 20.75$$

$$\text{変動係数は } \frac{20.75}{147.8} = 0.14$$

(2) ローレンツ曲線とは、横軸に相対順位、縦軸に累積相対変量をとって、変量の小さい順にプロットしていったものを、つなぎ合わせたものである。ジニ係数は、ローレンツ曲線と45度線の間面積の2倍である。100人のデータのジニ係数が0で、標本平均は5であった。このとき、標本分散を求めよ。(10点)

(答え) ジニ係数が0ということは、完全平等ケースということになる。従って、すべてのデータは同一の値を取るのだから、分散は0。