

持ち込み可能物件：電卓のみ（ただし通信機能を持つ物は除く）

注意：解答用紙には答えのみ書くこと。ただし，解答用紙の答えを書いた部分と別のページを使用して推論，計算を行うのはかまわない。

1. 以下の問に答えよ。

(ア) 標本数が100，標本平均が8，標本分散は25であった。このとき，母集団平均の90%信頼区間を求めよ。(10点)

(解答)

$7.2 \leq \mu \leq 8.8$  (四捨五入して小数点以下1位が一致した場合正解)

(解説)

標本数が十分大きいので， $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$  は正規分布で近似できる。また， $\sigma$  は

$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$  で近似できる。従って， $P\left(-1.64 \leq \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \leq 1.64\right) \cong 0.90$  の

性質を使って90%信頼区間を構成する。( )の中を変形すると

$P\left(\bar{X} - 1.64 \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + 1.64 \frac{S}{\sqrt{n}}\right) \cong 0.95$  となる。  $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{25} = 5$ 。  $\bar{X} = 8$ 。

これらを代入して，

$P\left(8 - 1.64 \frac{5}{\sqrt{100}} \leq \mu \leq 8 + 1.64 \frac{5}{\sqrt{100}}\right) \cong 0.90$  .ここから， $P(7.18 \leq \mu \leq 8.82) = 0.90$

となり，90%信頼区間は， $7.18 \leq \mu \leq 8.82$  である。小数点以下1位にかんしては， $7.2 \leq \mu \leq 8.8$  (四捨五入で小数点以下1位が一致を正解と見なす)。

(イ) 標本のデータ値は，1，3，7，9，15であった，母集団の分布は正規分布であることがわかっている。このとき，母平均の95%信頼区間を求めよ。(10点)

(解答)

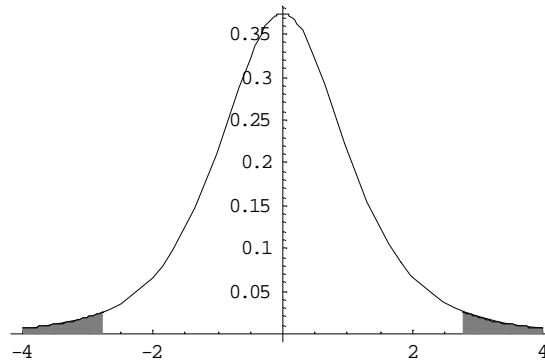
$0.2 \leq \mu \leq 13.8$  (四捨五入で小数点以下1位が一致を正解と見なす)

(解説)

$\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$  が自由度  $n-1$  の  $t$  分布に従う。ただし,  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$  である。自由

度 (  $5 - 1$  ) の  $t$  分布の密度関数は下の通りであり, 黒く塗ってある部分の確率合計は  $0.05$  である。この黒塗りの部分との境目の値は, 教科書の  $t$  分布表の自由度 (  $df$  )  $4$  の行の  $0.025$  の列を参照すればよい。参照すると  $\pm 2.78$  であるから,  $95\%$  信頼区

間は,  $P\left(-2.78 \leq \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \leq 2.78\right) = 0.95$  を元に構成すればよい。



従って,  $P\left(\bar{X} - 2.78 \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + 2.78 \frac{S}{\sqrt{n}}\right) = 0.95$  である。  $\bar{X} = 7$  ,

$S^2 = \frac{1}{5-1} \{(1-7)^2 + (3-7)^2 + (7-7)^2 + (9-7)^2 + (15-7)^2\} = 30$  ,  $S = \sqrt{30} = 5.48$  ,

$n = 5$  を代入して,  $7 - 2.78 \frac{5.48}{\sqrt{5}} \leq \mu \leq 7 + 2.78 \frac{5.48}{\sqrt{5}}$  . 厳密に計算すると,

$0.20 \leq \mu \leq 13.80$  である。小数点以下2桁を四捨五入して  $0.2 \leq \mu \leq 13.8$  を得る。なお, 近似で計算の中間結果を小数点以下3桁以下四捨五入とすると,  $0.20 \leq \mu \leq 13.80$  となるが, 小数点以下2桁を四捨五入して  $0.2 \leq \mu \leq 13.8$  .

(ウ) 集団 A については標本数が  $64$  , 平均が  $4$  , 標本分散は  $16$  であった。集団 B については標本数が  $36$  , 平均が  $5$  , 標本分散は  $9$  であった。集団 A, B の母分散は等しいと仮定して, 集団 A の母平均より集団 B の母平均が等しいどうか有意水準

5%で検定を行う。この時の、帰無仮説、対立仮説、境界値、棄却域の範囲(検定統計量値に関する不等式で答えよ)、検定統計量の値、検定の結果を答えよ。(15点)

(解答)

帰無仮説：集団Aと集団Bの母平均は等しい

対立仮説：集団Aの母平均 > 集団Bの母平均

境界値：±1.96

棄却域の範囲：統計量値 < -1.96, または, 統計量値 > 1.96

統計量：1.3 (四捨五入で小数点以下1位一致を正解と見なす)

結果：帰無仮説は棄却できない

<統計量を(集団Bの標本平均 - 集団Aの標本平均)をもとに計算した場合は統計量値は1.3 >

採点は境界値と棄却範囲から統計量の作り方を推測しそれと整合しない統計量値の符号については間違いと判断した >

(解説)

<理屈>

標本数が十分大きいので,  $\frac{\bar{X}_{A\text{集団}} - \mu_{A\text{集団}}}{\sigma/\sqrt{n_{A\text{集団}}}}$ ,  $\frac{\bar{X}_{B\text{集団}} - \mu_{B\text{集団}}}{\sigma/\sqrt{n_{B\text{集団}}}}$  はともに標準正規分布で

近似でき無相関である。ここで, 添え字の「A集団」はA集団内で計算した標本平均, 母平均, 標本数を示し, 添え字「B集団」はB集団内で計算した標本平均, 母平均,

標本数を示す。  $Z_1 = \frac{\bar{X}_{A\text{集団}} - \mu_{A\text{集団}}}{\sigma/\sqrt{n_{A\text{集団}}}}$ ,  $Z_2 = \frac{\bar{X}_{B\text{集団}} - \mu_{B\text{集団}}}{\sigma/\sqrt{n_{B\text{集団}}}}$  とおく。

$\bar{X}_{A\text{集団}} - \mu_{A\text{集団}} = (\sigma/\sqrt{n_{A\text{集団}}})Z_1$ ,  $\bar{X}_{B\text{集団}} - \mu_{B\text{集団}} = (\sigma/\sqrt{n_{B\text{集団}}})Z_2$ と書き換え, 差をと

ると,  $(\bar{X}_{A\text{集団}} - \bar{X}_{B\text{集団}}) - (\mu_{A\text{集団}} - \mu_{B\text{集団}}) = (\sigma/\sqrt{n_{A\text{集団}}})Z_1 - (\sigma/\sqrt{n_{B\text{集団}}})Z_2$ 。さらに帰

無仮説が正しいとすると,  $\mu_{A\text{集団}} = \mu_{B\text{集団}}$  であるから, 代入して,

$\bar{X}_{A\text{集団}} - \bar{X}_{B\text{集団}} = (\sigma/\sqrt{n_{A\text{集団}}})Z_1 - (\sigma/\sqrt{n_{B\text{集団}}})Z_2$ 。

$E[\bar{X}_{A\text{集団}} - \bar{X}_{B\text{集団}}] = (\sigma/\sqrt{n_{A\text{集団}}})E[Z_1] - (\sigma/\sqrt{n_{B\text{集団}}})E[Z_2] = 0$ 。  $Z_1, Z_2$  は無相関だから,

$$V[\bar{X}_{A\text{集団}} - \bar{X}_{B\text{集団}}] = \frac{\sigma^2}{n_{A\text{集団}}}V[Z_1] + \frac{\sigma^2}{n_{B\text{集団}}}V[Z_1] = \left(\frac{1}{n_{A\text{集団}}} + \frac{1}{n_{B\text{集団}}}\right)\sigma^2 \quad . \text{さらに,}$$

$\bar{X}_{A\text{集団}} - \bar{X}_{B\text{集団}} = (\sigma/\sqrt{n_{A\text{集団}}})Z_1 - (\sigma/\sqrt{n_{B\text{集団}}})Z_2$ は無相関な正規分布の線形和で近似できるから, それ自身正規分布で近似できる. 以上を総合すると,  $\bar{X}_{A\text{集団}} - \bar{X}_{B\text{集団}}$ は

$$N\left[0, \left(\frac{1}{n_{A\text{集団}}} + \frac{1}{n_{B\text{集団}}}\right)\sigma^2\right] \text{で近似できる. よって, } \frac{\bar{X}_{\text{集団A}} - \bar{X}_{\text{集団B}}}{\sigma\sqrt{\frac{1}{n_{A\text{集団}}} + \frac{1}{n_{B\text{集団}}}}} \text{は標準正規分布}$$

で近似できる. はその推定値

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n_{A\text{集団}} + n_{B\text{集団}}} \left\{ \sum_{\text{集団A}} (X_i - \bar{X}_{A\text{集団}})^2 + \sum_{\text{集団B}} (X_i - \bar{X}_{B\text{集団}})^2 \right\} \text{で推定して, 統計量は}$$

$$\frac{\bar{X}_{\text{集団A}} - \bar{X}_{\text{集団B}}}{\hat{\sigma}\sqrt{\frac{1}{n_{A\text{集団}}} + \frac{1}{n_{B\text{集団}}}}} \text{で, 境界値は標準正規分布表に基づいて決めることになる.}$$

対立仮説は,  $\mu_{A\text{集団}} \neq \mu_{B\text{集団}}$ であるから両側検定となる. したがって, 統計量値の絶対値が大きい場合に棄却することになる. 有意水準は95%であるから, 境界値は $\pm 1.96$ である. 統計量値がこの値より小さい場合に帰無仮説を棄却することになる.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n_A + n_B} \{(n_A - 1)S_A^2 + (n_B - 1)S_B^2\} = \frac{1}{64 + 36} \{(64 - 1) \times 16 + (36 - 1) \times 9\} \\ = 13.23$$

$$\hat{\sigma} = 3.64 \quad . \text{統計量値は } \frac{\bar{X}_{\text{集団A}} - \bar{X}_{\text{集団B}}}{\hat{\sigma}\sqrt{\frac{1}{n_{A\text{集団}}} + \frac{1}{n_{B\text{集団}}}}} = \frac{4 - 5}{3.64\sqrt{\frac{1}{64} + \frac{1}{36}}} = -1.32 \cong -1.3 \quad . \text{棄却域}$$

にはならず, 帰無仮説は有意水準5%で棄却されない.

(工) (ウ)と同じ状況で, 集団A, Bの母分散は等しくないと仮定して, 集団Aの母平均より集団Bの母平均が等しいかどうか有意水準10%で検定を行う. この時の, 帰無仮説, 対立仮説, 境界値, 棄却域の範囲(検定統計量値に関する不等式で答えよ), 検定統計量の値, 検定の結果を述べよ.(15点)

(解答)

帰無仮説：集団 A と集団 B の母平均は等しい

対立仮説：集団 A の母平均  $\neq$  集団 B の母平均

境界値： $\pm 1.64$

棄却域の範囲：統計量値  $< -1.64$ ，または，統計量値  $> 1.64$

統計量： $-1.4$ （四捨五入で小数点以下 1 位一致を正解と見なす） $<$  引く順番を逆に  
した場合は符号は逆  $>$

結果：帰無仮説は棄却できない

（解説）

< 理屈 >

$\frac{\bar{X}_{A\text{集団}} - \mu_{A\text{集団}}}{\sigma_{A\text{集団}}/\sqrt{n_{A\text{集団}}}}$ ， $\frac{\bar{X}_{B\text{集団}} - \mu_{B\text{集団}}}{\sigma_{B\text{集団}}/\sqrt{n_{B\text{集団}}}}$  はともに無相関の標準正規分布で近似できる。ただ

し，母分散が異なるので，それぞれの集団の母分散を  $\sigma_{A\text{集団}}^2$ ， $\sigma_{B\text{集団}}^2$  としてある。

$$Z_1 = \frac{\bar{X}_{A\text{集団}} - \mu_{A\text{集団}}}{\sigma_{A\text{集団}}/\sqrt{n_{A\text{集団}}}} \quad , \quad Z_2 = \frac{\bar{X}_{B\text{集団}} - \mu_{B\text{集団}}}{\sigma_{B\text{集団}}/\sqrt{n_{B\text{集団}}}} \quad \text{と} \quad \text{お} \quad \text{く} \quad .$$

$$(\bar{X}_{A\text{集団}} - \bar{X}_{B\text{集団}}) - (\mu_{A\text{集団}} - \mu_{B\text{集団}}) = \frac{\sigma_{A\text{集団}}}{\sqrt{n_{A\text{集団}}}} Z_1 - \frac{\sigma_{B\text{集団}}}{\sqrt{n_{B\text{集団}}}} Z_2 \quad . \quad \text{帰 無 仮 説}$$

$$\mu_{A\text{集団}} = \mu_{B\text{集団}} \text{ の下では， } \bar{X}_{A\text{集団}} - \bar{X}_{B\text{集団}} = \frac{\sigma_{A\text{集団}}}{\sqrt{n_{A\text{集団}}}} Z_1 - \frac{\sigma_{B\text{集団}}}{\sqrt{n_{B\text{集団}}}} Z_2 \text{ である。}$$

$$E[\bar{X}_{A\text{集団}} - \bar{X}_{B\text{集団}}] = \frac{\sigma_{A\text{集団}}}{\sqrt{n_{A\text{集団}}}} E[Z_1] - \frac{\sigma_{B\text{集団}}}{\sqrt{n_{B\text{集団}}}} E[Z_2] = 0 \quad , \quad Z_1, Z_2 \text{ は無相関だから，}$$

$$V[\bar{X}_{A\text{集団}} - \bar{X}_{B\text{集団}}] = \frac{\sigma_{A\text{集団}}^2}{n_{A\text{集団}}} V[Z_1] + \frac{\sigma_{B\text{集団}}^2}{n_{B\text{集団}}} V[Z_2] = \frac{\sigma_{A\text{集団}}^2}{n_{A\text{集団}}} + \frac{\sigma_{B\text{集団}}^2}{n_{B\text{集団}}} \quad , \quad \text{また，}$$

$$\bar{X}_{A\text{集団}} - \bar{X}_{B\text{集団}} = \frac{\sigma_{A\text{集団}}}{\sqrt{n_{A\text{集団}}}} Z_1 - \frac{\sigma_{B\text{集団}}}{\sqrt{n_{B\text{集団}}}} Z_2 \text{ は無相関な正規分布の線形和で近似できる}$$

から，それ自身正規分布で近似できる。以上を総合すると， $\bar{X}_{A\text{集団}} - \bar{X}_{B\text{集団}}$  の帰無仮説

の下での分布は  $N\left[0, \frac{\sigma_{A\text{集団}}^2}{n_{A\text{集団}}} + \frac{\sigma_{B\text{集団}}^2}{n_{B\text{集団}}}\right]$  で近似できる。したがって，検定統計量は，

$\frac{\bar{X}_{A\text{集団}} - \bar{X}_{B\text{集団}}}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_{A\text{集団}}^2}{n_{A\text{集団}}} + \frac{\hat{\sigma}_{B\text{集団}}^2}{n_{B\text{集団}}}}}$  でその分布は標準正規分布ということになる。ただし、

$$\hat{\sigma}_{A\text{集団}}^2 = \frac{1}{n_{A\text{集団}}} \sum (X_i - \bar{X}_A)^2, \hat{\sigma}_{B\text{集団}}^2 = \frac{1}{n_{B\text{集団}}} \sum (X_i - \bar{X}_B)^2 \text{ である。なお, } \hat{\sigma}_{A\text{集団}}^2, \hat{\sigma}_{B\text{集団}}^2$$

はそれぞれの集団の標本分散としても良い。

< 解法 >

帰無仮説は「両集団の母平均が等しい」、対立仮説は「両集団の母平均が異なる」である

るので、両側検定となる。統計量は  $\frac{\bar{X}_{A\text{集団}} - \bar{X}_{B\text{集団}}}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_{A\text{集団}}^2}{n_{A\text{集団}}} + \frac{\hat{\sigma}_{B\text{集団}}^2}{n_{B\text{集団}}}}}$  で、有意水準 10% で検定する

と、境界値は帰無仮説の場合の分布の両側合計 10% のはずれ(片側で 5%)を考慮して決める。この時の境界値は  $\pm 1.64$  である。統計量の値を計算すると、

$$\frac{\bar{X}_{A\text{集団}} - \bar{X}_{B\text{集団}}}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_{A\text{集団}}^2}{n_{A\text{集団}}} + \frac{\hat{\sigma}_{B\text{集団}}^2}{n_{B\text{集団}}}}} = \frac{4 - 5}{\sqrt{\frac{16}{64} + \frac{9}{36}}} = -1.41 \cong -1.4 \text{ で、境界値の内側なので、帰無仮説を}$$

棄却できない。

(オ) 集団 A は標本数が 3, 標本平均が 5, 標本分散は 4, 集団 B は標本数が 17, 標本平均が 3, 標本分散は 4 である。集団 A, B とともに母集団の分布は正規分布で分散は等しいと仮定して, 集団 A の母平均が集団 B の母平均を上回るかどうか有意水準 5% で検定する。この時の, 帰無仮説, 対立仮説, 境界値, 棄却域の範囲(検定統計量値に関する不等式で答えよ), 検定統計量の値, 検定の結果を答えよ。(15 点)

(解答)

帰無仮説: 集団 A と集団 B の母平均は等しい

対立仮説: 集団 A の母平均 > 集団 B の母平均

境界値: 1.73 (逆に引いて統計量を計算したときは -1.73)

棄却域の範囲: 統計量値 > 1.73 (逆に引いて統計量を計算したときは統計量値 <

1.73)

統計量：1.6 (四捨五入で小数点以下1位一致を正解と見なす) < 引く順番を逆に  
とった場合は-1.6 >

結果：帰無仮説は棄却されない。

(解説)

帰無仮説  $\mu_{A\text{集団}} = \mu_{B\text{集団}}$  , 対立仮説  $\mu_{A\text{集団}} > \mu_{B\text{集団}}$  として検定を行う。統計量

$\frac{\bar{X}_{A\text{集団}} - \bar{X}_{B\text{集団}}}{S \sqrt{\frac{1}{n_{A\text{集団}}} + \frac{1}{n_{B\text{集団}}}}}$  は帰無仮説の下で自由度  $n_{A\text{集団}} + n_{B\text{集団}} - 2$  の t 分布に従う。この場

合は、自由度は  $3 + 17 - 2 = 18$  である。したがって、有意水準 5% の場合の境界  
値は 1.734 である。

$$\begin{aligned} S^2 &= \frac{1}{n_A + n_B - 2} \left\{ \sum_{A\text{集団}} (X_i - \bar{X}_A)^2 + \sum_{B\text{集団}} (X_i - \bar{X}_B)^2 \right\} \\ &= \frac{1}{n_A + n_B - 2} \{ (n_A - 1)S_{A\text{集団}}^2 + (n_B - 1)S_{B\text{集団}}^2 \} \\ &= \frac{1}{18} \{ 2 \times 4 + 16 \times 4 \} = 4 \end{aligned}$$

$S = \sqrt{4} = 2$  より、統計量の値は、 $\frac{5-3}{2\sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{17}}} = 1.60 \cong 1.6$  となり、棄却域にはいらな

いので、帰無仮説は棄却されない。

(カ) 600世帯に対する視聴率調査の結果、今年のNHK大河ドラマ「新撰組！」の初  
回視聴率は26.3%、1969年の武田信玄と上杉謙信の戦いを描いた「天と  
地と」の初回視聴率は430世帯に対する視聴率調査の結果、23.5%であっ  
た。母集団で考えた視聴率で「新撰組！」の第1回目が「天と地と」の第1回目  
を上回っているとまでいえるかどうか検定せよ。有意水準1%で検定する。この  
時の、帰無仮説、対立仮説、境界値、棄却域の範囲(検定統計量値に関する不等  
式で答えよ)、検定統計量の値、検定の結果を答えよ。(15点)

(解答)

帰無仮説：母集団で考えた場合「新撰組！」の初回視聴率は「天と地と」の初回視聴率と等しい

対立仮説：母集団で考えた場合「新撰組！」の初回視聴率 > 「天と地と」の初回視聴率

境界値：2.33 (引く順番が逆の場合 - 2.33)

棄却域の範囲：統計量値 > 2.33 (引く順番が逆の場合統計量値 < - 2.33)

統計量：1.0 (引く順番が逆の場合 1.0) (四捨五入で小数点以下1位 ± 1を正解と見なす)

結果：帰無仮説は棄却されない。

(解説)

「新撰組！」の時のサンプル調査数を  $n_1$  , 「天と地と」のときのサンプル調査数を  $n_2$  とする。「新撰組！」の視聴世帯数を  $m_1$  「天と地と」の視聴世帯数を  $m_2$  , 「新撰組！」の真の視聴率を  $p_1$  , 「天と地と」の真の視聴率を  $p_2$  とする。帰無仮説は「二つの視聴率が

等しい,  $p_1 = p_2$ 」対立仮説は「 $p_1 > p_2$ 」ととる。 $\frac{\sqrt{n_1}(m_1/n_1 - p_1)}{\sqrt{p_1(1-p_1)}}$  ,  $\frac{\sqrt{n_2}(m_2/n_2 - p_2)}{\sqrt{p_2(1-p_2)}}$

はともに標準正規分布する。 $Z_1 = \frac{\sqrt{n_1}(m_1/n_1 - p_1)}{\sqrt{p_1(1-p_1)}}$  ,  $Z_2 = \frac{\sqrt{n_2}(m_2/n_2 - p_2)}{\sqrt{p_2(1-p_2)}}$  とすると,

$$\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2} = (p_1 - p_2) + \left( \frac{\sqrt{p_1(1-p_1)}}{\sqrt{n_1}} Z_1 - \frac{\sqrt{p_2(1-p_2)}}{\sqrt{n_2}} Z_2 \right)$$

であるが,

$$E\left[\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right] = (p_1 - p_2) + \left( \frac{\sqrt{p_1(1-p_1)}}{\sqrt{n_1}} E[Z_1] - \frac{\sqrt{p_2(1-p_2)}}{\sqrt{n_2}} E[Z_2] \right)$$

$$= p_1 - p_2$$

$$V\left[\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right] = \left( \frac{p_1(1-p_1)}{n_1} V[Z_1] + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2} V[Z_2] \right)$$

$$= \frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}$$

であるから,

$$\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2} \cong N\left(p_1 - p_2, \frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}\right)$$



である。帰無仮説  $p_1 = p_2$  の下では、 $\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2} \cong N\left(0, \frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}\right)$  となる。

ここから、 $\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right) / \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}} \cong N(0,1)$  となる。 $p_1, p_2$  の推定値は、

それぞれ  $m_1/n_1, m_2/n_2$  とすればよいから、検定統計量は、

$$\begin{aligned} & \left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right) / \sqrt{\frac{m_1/n_1(1-m_1/n_1)}{n_1} + \frac{m_2/n_2(1-m_2/n_2)}{n_2}} \\ & = (0.263 - 0.235) / \sqrt{\frac{0.263 \times 0.737}{600} + \frac{0.235 \times 0.765}{430}} = 1.03 \cong 1.0 \end{aligned}$$

である、有意水準 1% とすれば、これが 2.33 を上回るかどうかである。この場合、棄却域に入っていないので、帰無仮説は棄却できず、「新選組！」は「葵徳川三代」の視聴率を母集団で上回ったとまでは言えない。

2. 以下のデータの間の標本相関係数の値を求めなさい。

(ア)  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, Y = \{5, 3, 1, 1, 3, 5, 7\}$

(5点)

(解答)  $Y = 2X - 7$  であるので、正の完全相関である。したがって、標本相関係数は 1。

(イ)  $X = \{0, 1, -4, 3\}, Y = \{7, 3, -2, 2\}$  (5点)

(解答)

$X$  の標本平均は 0、 $Y$  の標本平均も 0

$$\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}} = \frac{0 \times 7 + 1 \times (-3) + (-4) \times (-2) + 3 \times (-2)}{\sqrt{0^2 + 1^2 + (-4)^2 + 3^2} \sqrt{7^2 + (-3)^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = -0.02$$

(小数点以下 2 位に  $\pm 1$  で正解)

3. 全国の子学生 10000 人の体重測定を実施した。平均 48kg、標準偏差 4kg の正規分布をしていた。

(イ) 体重 65kg 以上の人は何人いるか (4点)

(解答)

$$\begin{aligned} P(X \geq 60) &= P\left(Z = \frac{X - 48}{4} \geq \frac{65 - 48}{4} = 4.25\right) = 1 - P(Z < 4.25) = 1 - 0.999\text{以上} \\ &= 0.0010\text{以下} \end{aligned}$$

よって 10 人以下 .

(ロ) 体重 25kg 以上の人は何人いるか (3点)

$$P(X \leq 25) = P\left(Z = \frac{X - 48}{4} \geq \frac{25 - 48}{4} = -5.75\right) = P(Z < 5.75) = 0.9990\text{以上}$$

よって, 9900 人以上

(ハ) 体重 30kg 以上 60kg 以下の人は何人いるか (3点)

$$\begin{aligned} P(30 \leq X \leq 60) &= P\left(-4.5 = \frac{30 - 48}{4} \leq Z = \frac{X - 48}{4} \leq \frac{60 - 48}{4} = 3\right) \\ &= P(Z \leq 3.0) - P(Z \leq -4.5) = P(Z \leq 3.0) - P(Z \geq 4.5) \\ &= P(Z \leq 3.0) - \{1 - P(Z < 4.5)\} = 0.9987 - (1 - 0.9990\text{以上}) \\ &= 0.9987 - (0.0010\text{以下}) \\ &= 0.9977\text{以上} \end{aligned}$$

9977 人以上